Capacitores e Indutores

- Um capacitor é um dispositivo que é capaz de armazenar e distribuir carga elétrica em um circuito.
- **A capacitância (C)** é a grandeza física associada a esta capacidade de armazenamento da carga elétrica pelo capacitor.
- Quanto maior a capacitância, maior a quantidade de carga armazenada entre as placas de um capacitor para uma mesma tensão.

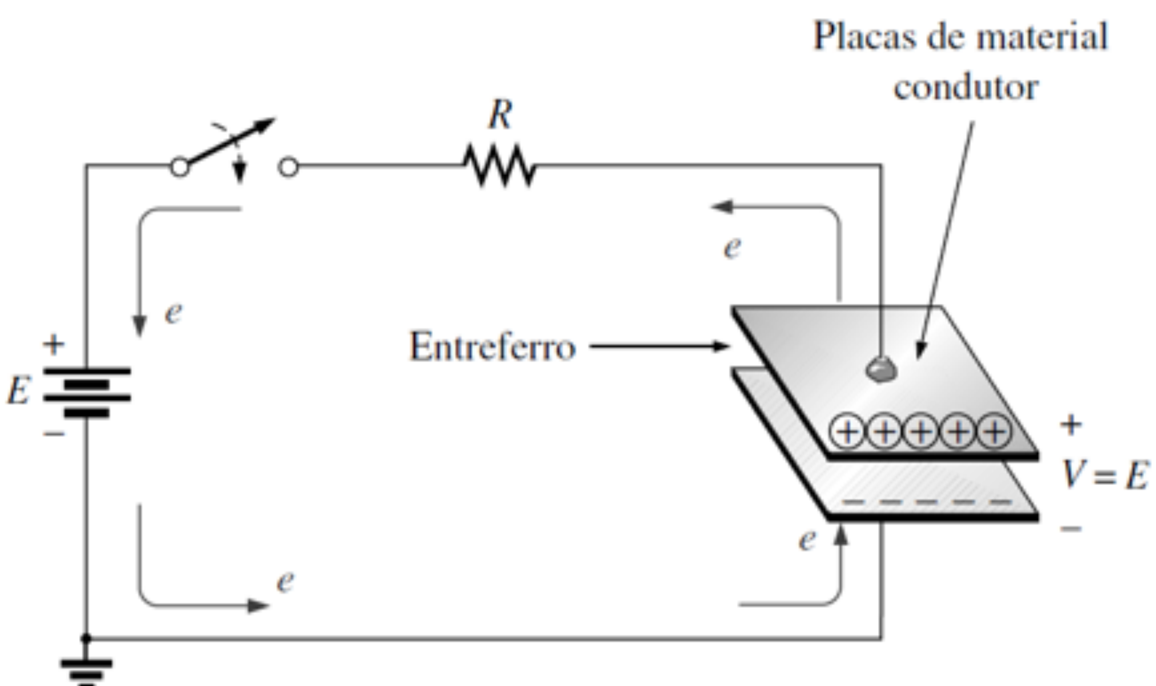


Figura 10.4 Circuito simples de carga com duas placas.

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$1Farad = \frac{1Coulomb}{1Volt}$$

Campo Elétrico em um capacitor de placas paralelas

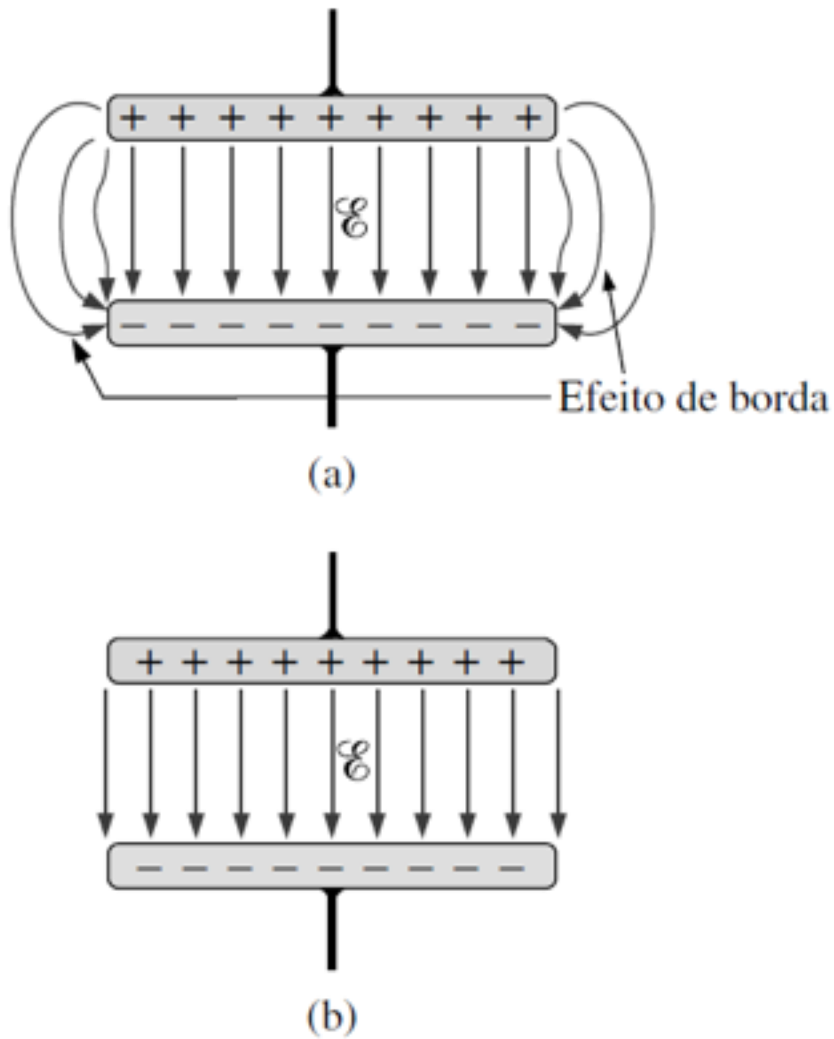
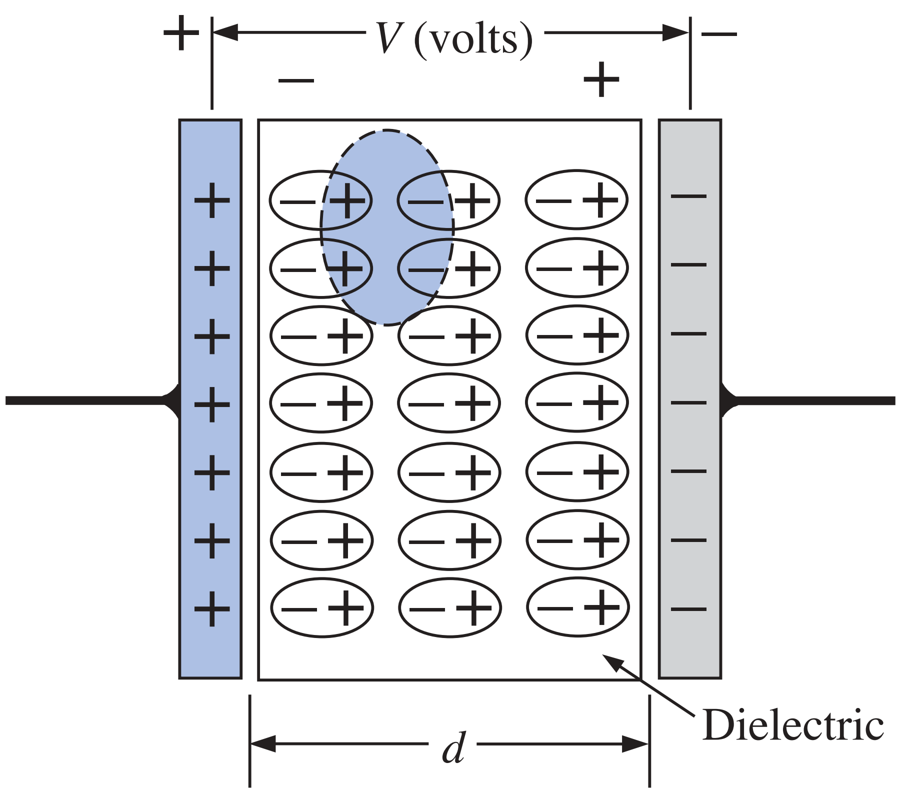


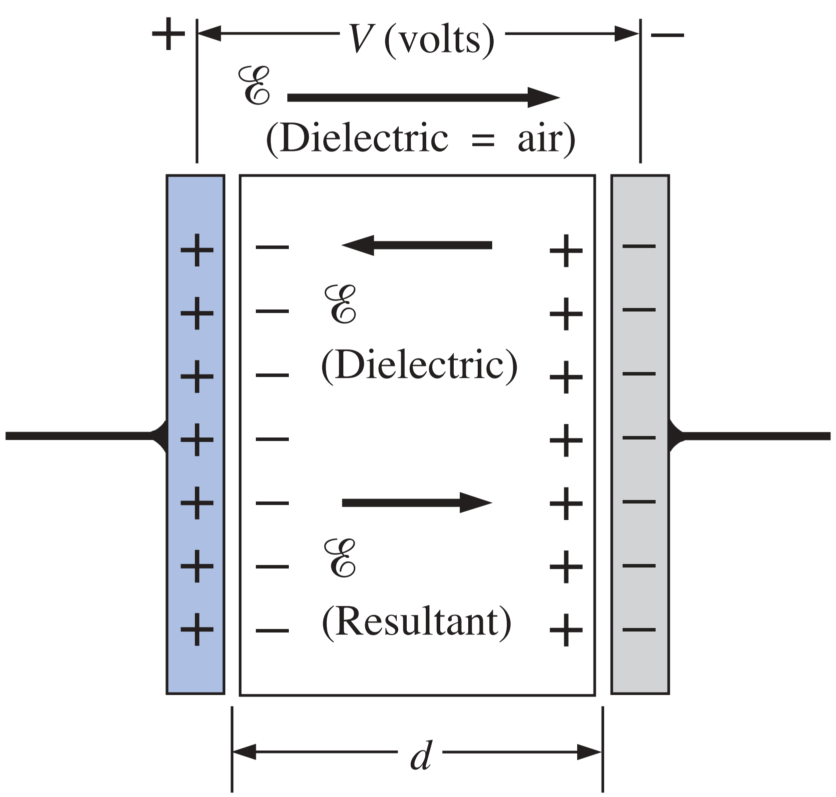
Figura 10.6 Distribuição das linhas de campo na região entre as placas de um capacitor: (a) inclusão do efeito de borda; (b) ideal.

$$E = \frac{V}{d} \qquad (V/m)$$

Campo elétrico em um capacitor preenchido com um material dielétrico



(a)



(b)

O campo elétrico em um capacitor de placas paralelas com um dielétrico entre as placas é **reduzido se comparado com um capacitar sem um dielétrico entre suas placas** pois há a polarização no material. É criado um campo elétrico oposto àquele criado pelas cargas livres entre as placas do capacitor.

Capacitância em um capacitor preenchido com ar

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{E.d} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} d}$$

$$\boxed{C = \frac{\epsilon_0 A}{d}}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \quad \left(\frac{F}{m}\right)$$

Capacitância em um capacitor preenchido com um material dielétrico

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$\epsilon \rightarrow$ permissividade do dielétrico

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$\epsilon_r \rightarrow$ permissividade relativa

Circuito RC

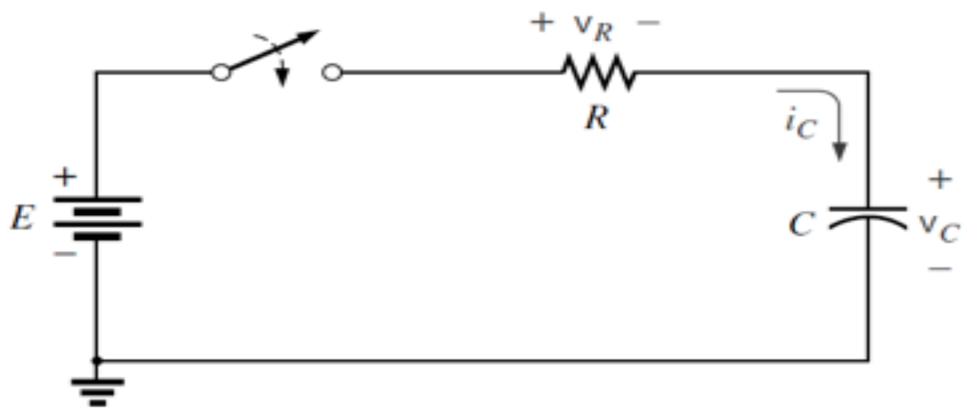


Figura 10.26 Circuito simples para carregar um capacitor.

O capacitor está inicialmente descarregado. Fechando a chave, surge uma corrente no circuito que vai fazer com que carga seja acumulada no capacitor e uma diferença de potencial V=Q/C no capacitor será estabelecida. Quando V=E, a corrente deixa de circular.

$$E - iR - Q/C = 0 \qquad i = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} \qquad E - \dot{Q}R - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\dot{Q} + \frac{1}{RC}Q = \frac{E}{R}$$

$$Q(0) = 0$$

Resolvendo a equação diferencial.

$$\dot{Q} + \frac{1}{RC}Q = \frac{E}{R}$$

Solução Geral. $Q = Q_p + Ke^{-at}$

Q_p é a solução particular $\qquad a = \frac{1}{RC}$

Fazendo dQ/dt=0 na equação diferencial.

$$0 + \frac{Q_p}{RC} = \frac{E}{R} \rightarrow Q_p = CE$$

Daí, ficamos com

$$Q = CE + Ke^{-at}$$

$$Q(0) = 0 \rightarrow 0 = CE + K \rightarrow \boxed{K = -CE}$$

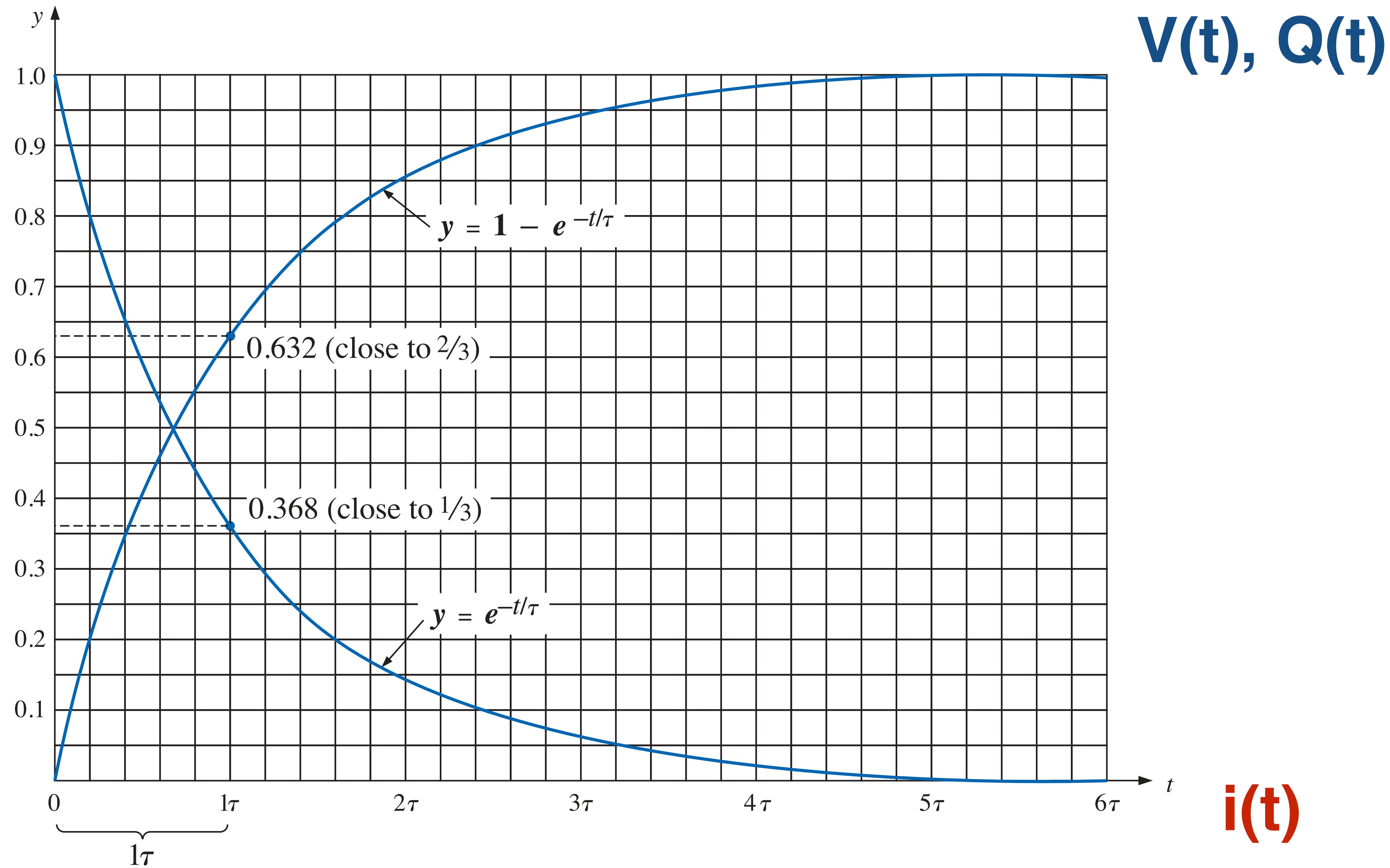
Finalmente,

$$Q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Observe que: $t \to \infty; \qquad Q(t) \to CE$

Calculando a corrente: $$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$i(t) = \left(\frac{E}{R}\right) e^{-\frac{t}{RC}}$$



A corrente elétrica em um capacitor é praticamente nula depois de cinco ciclos de tempo, enquanto que a tensão atinge seu valor máximo depois de cinco ciclos de tempo.

A tensão através de um capacitar não pode mudar instantâneamente.

Como Q=CV temos que V=Q/C

$$V_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$t = 0 \rightarrow V_C = 0$$

$$t = \infty \rightarrow V_C = E$$

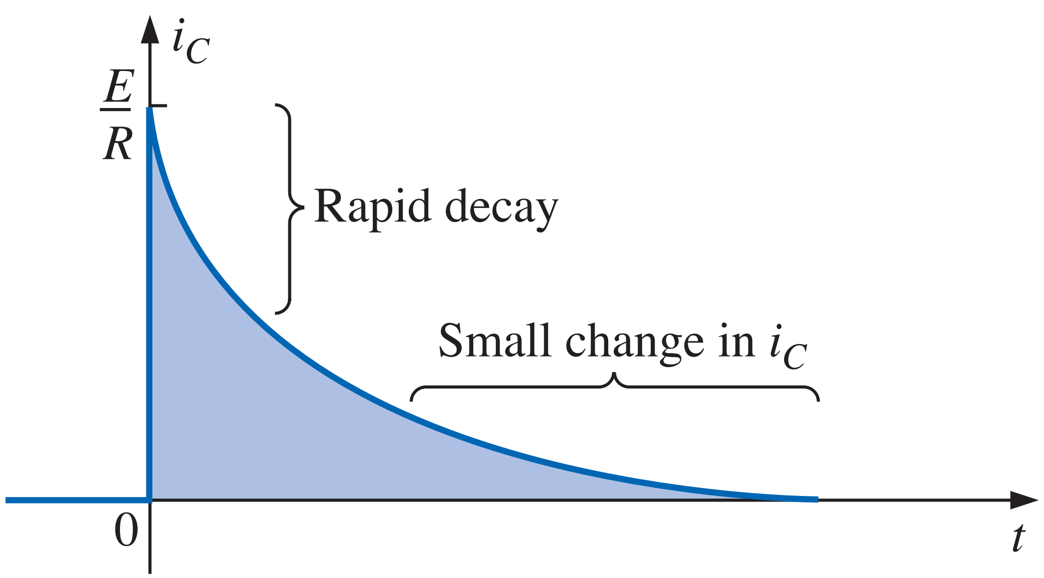
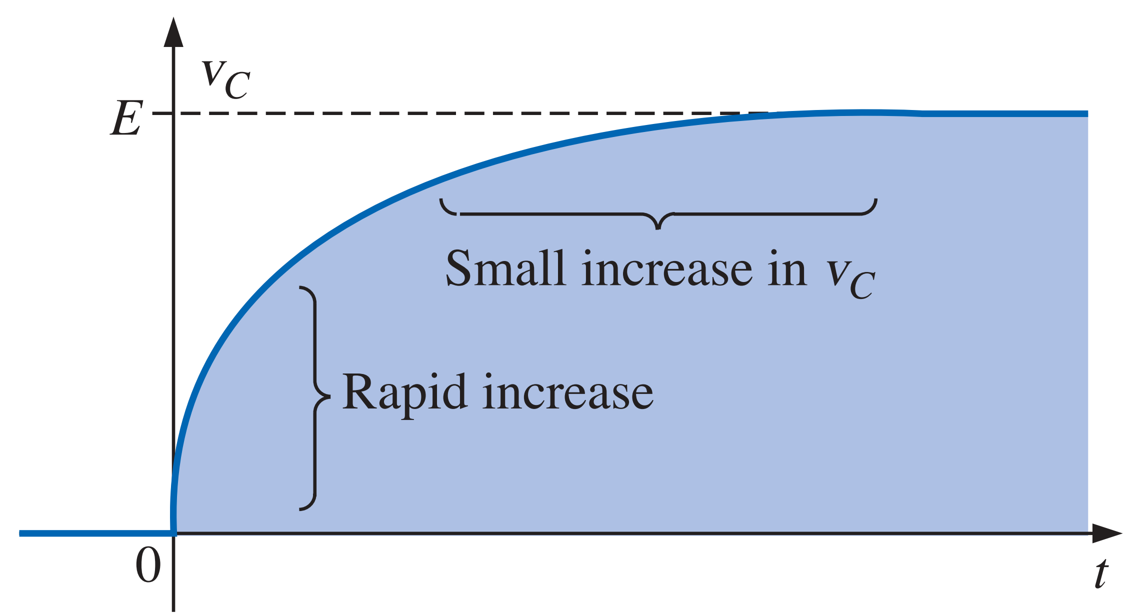


FIG. 10.25
i_C during the charging phase.



Note que a tensão através do resistor é calculada pela lei de Ohm

$$V = Ri(t)$$

$$V = R\left(\frac{E}{R}\right)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\boxed{V = Ee^{-\frac{t}{RC}}}$$

Descarga do Capacitor

- Abrindo-se novamente a chave do circuito quando o capacitor está totalmente carregado (V_C=E), ele começa a descarregar-se.

- Como variam a carga, a corrente e a tensão em função do tempo nesta etapa?

- Com a chave aberta a fonte não fornece tensão ao circuito, portanto E=0

- Utilizando Kirchhoff, obtemos a equação diferencial.

$$-iR - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Big\downarrow \; i = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$$

$$\dot{Q} + \frac{1}{RC} Q = 0$$

Solução:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Quando t=RC

$$Q(t) = 0,37Q_0$$

Calculando a corrente i(t) e a tensão V(t), respectivamente.

$$\boxed{i(t) = -\frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}}$$ com $$i_0 = \frac{Q_0}{RC} = \frac{E}{R}$$

O sinal de (-) somente indica que a partir do desligamento da chave a corrente no capacitor vai diminuir

$$\boxed{V_C(t) = \frac{Q_0}{C}e^{-\frac{t}{RC}}}$$ com $$V_0 = \frac{Q_0}{C}$$

- A discussão vale para situações onde o capacitar carrega de acordo com a tensão da bateria.

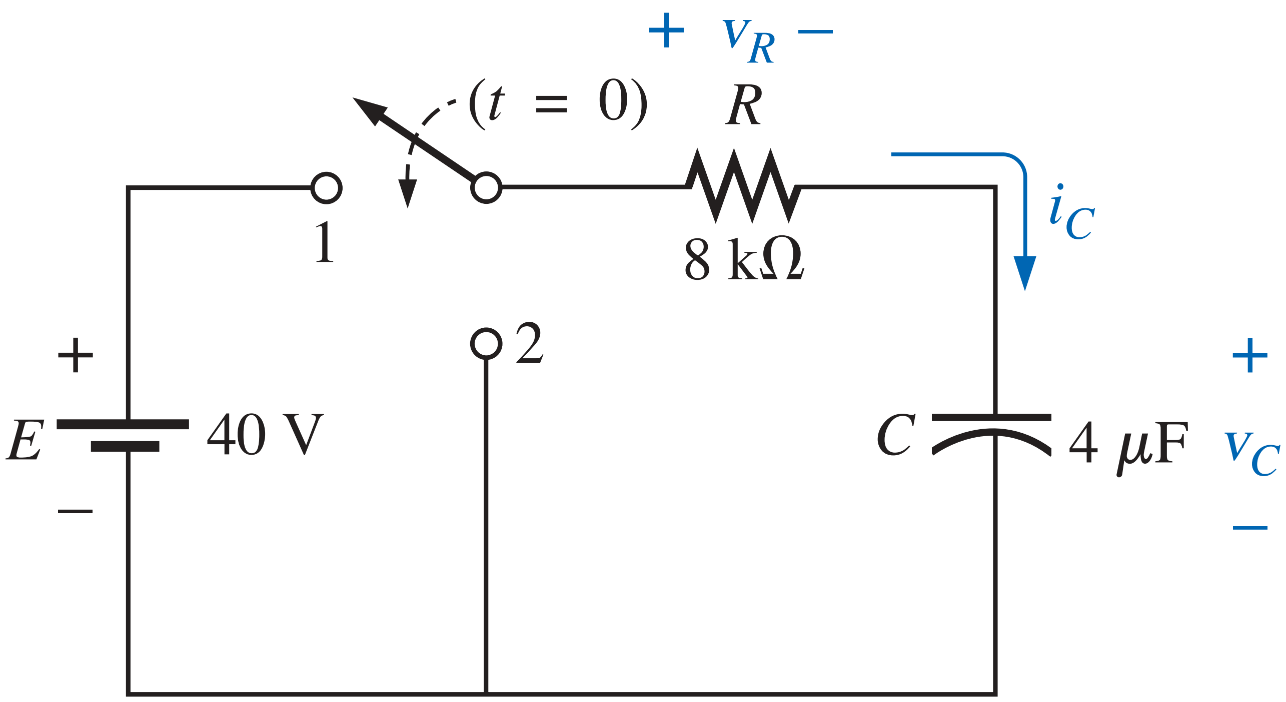
- Se a fase de carga é interrompida antes do capacitor atingir a voltagem da fonte, a voltagem capacitiva obviamente será menor e a equação para a descarga terá a forma:

$$V_C = V_i e^{-\frac{t}{RC}}$$

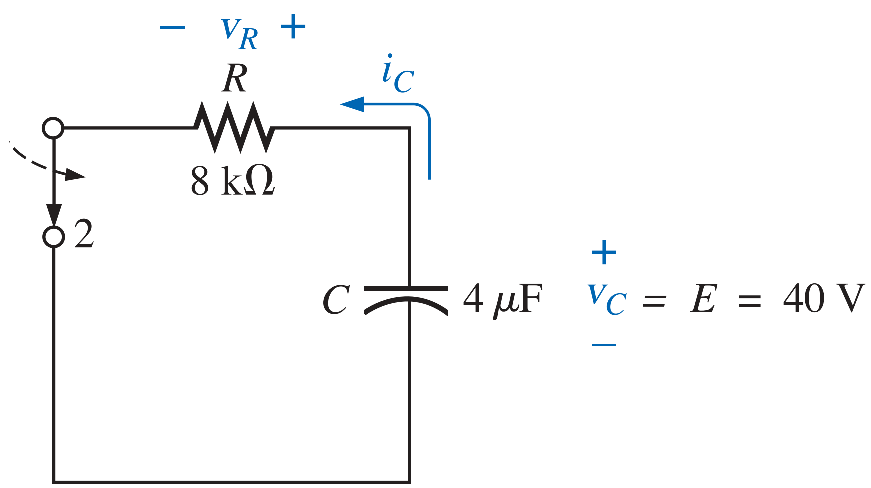
- Onde V_i é a voltagem inicial para a descarga. O mesmo vale para a corrente

$$i_C = \frac{V_i}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Exemplo 1: Encontre o comportamento transiente para o capacitor e o resistor do circuito abaixo quando a chave é movida para a posição (1). Esboce os gráficos de V_C, V_R e i_C. Quanto tempo passa antes de assumirmos que i_C=0 (A) e V_C=E (V)



Exemplo 2: Depois de V_C ter atingido seu valor máximo no exemplo anterior, a chave é colocada na posição 2 conforme mostra o circuito abaixo. Encontre as expressões para os comportamentos transientes de V_C, i_C e V_R,



Exemplo 3: a) Encontre as expressões matemáticas para o comportamento transiente da tensão e da corrente através do capacitor da figura abaixo se a chave é colocada na posição 1 em t=0s.

b) Faça a mesma coisa para a chave em 2 em t=30ms.

c) Encontre as expressões matemáticas para a voltagem e corrente no capacitar para a chave em 3 em t=48ms